



ΘΕΜΑ Α

A1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$. Να δείξετε ότι το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ είναι ίσο με $\bar{x}_1\bar{x}_2 + \bar{y}_1\bar{y}_2$.

Μονάδες 7

A2. Να δείξετε ότι η εξίσωση κύκλου με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα R μπορεί να γραφεί με την μορφή $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$.

Μονάδες 7

A3. Η εξίσωση $(\lambda^3 - 2\lambda^2 - \lambda + 2)x + (-\lambda^2 - \lambda + 2)y + (2\lambda - 1) = 0$ δεν παριστάνει ευθεία για λ ίσο με:

- i. $\lambda = -1$
- ii. $\lambda = 1$
- iii. $\lambda = 2$
- iv. $\lambda = -2$
- v. $\lambda = \frac{1}{2}$

Μονάδες 5

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας την ένδειξη Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i. Η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(-1, 3)$ και έχει συντελεστή

διεύθυνσης $\lambda = \frac{1}{3}$ είναι $y - 3 = \frac{1}{3}(x - 1)$

ii. Τα σημεία $A(0, 3)$, $B(9, -3)$ και $\Gamma(-3, 5)$ είναι συνευθειακά.

iii. Η γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες $x + y + 1 = 0$ και $y = 1$ είναι $\frac{3\pi}{4}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

B1 Να δείξετε ότι η εξίσωση $2x + y + 1 + \lambda k(x - y + 3) = 0$ (α) παριστάνει ευθεία.

Μονάδες 9

B2. Να βρείτε τον αριθμό λ , ώστε η εξίσωση αυτή για κάθε πραγματικό αριθμό k να παριστάνει ευθεία κάθετη στην ευθεία $\epsilon: x - 2y + 1 = 0$.

Μονάδες 8

B3. Για την τιμή αυτή του λ , να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει διάμετρο την AB , αν A, B είναι τα σημεία τομής της ευθείας αυτής με τους άξονες συντεταγμένων.

Μονάδες 8

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \left(\frac{\sqrt{5}}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ και $\vec{\beta} = \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}, -\frac{2}{3}\right)$.

Γ1. Να βρείτε το διάνυσμα \vec{v} , ώστε $|\vec{v}| = 1$ και $\vec{v} \perp \vec{a}$.

Μονάδες 7

Γ2. Αν $\vec{u} = \kappa\vec{a} + \lambda\vec{\beta}$, με $\kappa, \lambda \in \mathcal{R}$, να βρείτε τους αριθμούς κ και λ , ώστε:

$$\vec{u} = (\sqrt{5}, 6).$$

Μονάδες 6

Γ3. Να βρείτε το διάνυσμα $\text{προβ}_{\vec{\beta}}\vec{a}$.

Μονάδες 6

Γ4. Να αναλύσετε το διάνυσμα \vec{a} σε δύο συνιστώσες \vec{a}_1 και \vec{a}_2 , ώστε:

$$\vec{a}_1 \perp \vec{a}_2 \text{ και } \vec{a}_1 // \vec{\beta}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Ένας πολεοδόμος, κατά το σχεδιασμό μιας περιοχής μιας πόλεως αποφάσισε να προτείνει σχέδιο που περιλαμβάνει ένα κυκλικό περιφερειακό δρόμο με εξίσωση (σε κατάλληλο σύστημα αξόνων) $x^2 + y^2 = 2$ και τρεις ευθύγραμμους δρόμους, που οδηγούν στην πόλη, με εξισώσεις $(1 + 2\lambda)x + (\lambda - 2)y + 1 - 3\lambda = 0, \lambda = 1, 2, 3$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι οι τρεις αυτοί δρόμοι εισέρχονται στην πόλη από το ίδιο σημείο του κυκλικού περιφερειακού δρόμου.

Μονάδες 10

Δ2. Να βρείτε τα σημεία του περιφερειακού δρόμου από τα οποία εξέρχονται της πόλης οι τρεις αυτοί δρόμοι.

Μονάδες 8

Δ3. Να βρείτε τις αποστάσεις των σημείων εξόδου των τριών αυτών δρόμων από το σταθερό σημείο εισόδου τους.

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ (ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, τάξη, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμία άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιο σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά την διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ
ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ**